

《高等数学》(下)期末复习要点

系统地掌握常微分方程、向量代数与空间解析几何、多元函数微积分学、无穷级数的基本概念与基本理论；掌握上述各部分的基本方法。应具有一定的抽象思维能力、逻辑推理能力、运算能力、空间想象能力；能运用基本概念、基本理论和基本方法正确地推理证明，准确、简捷地计算；能综合运用所学知识分析并解决简单的实际问题。

一、常微分方程

1. 了解微分方程的阶、解、通解、初始条件和特解等概念。

2. 会解可分离变量的微分方程: $\frac{dy}{dx} = P(x)Q(y)$.

3. 会解一阶线性微分方程: $y' + P(x)y = Q(x)$.

4. 会解齐次微分方程: $\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{y}{x}\right)$.

5. 会用降阶法解下列形式的微分方程:

$$y^{(n)} = f(x), y'' = f(x, y') \text{ 和 } y'' = f(y, y').$$

6. 理解线性微分方程解的结构。

7. 会解二阶常系数齐次线性微分方程

$$y'' + py' + qy = 0.$$

8. 掌握二阶常系数非齐次线性微分方程

$$y'' + py' + qy = f(x)$$

的解法（其中： $f(x) = P_n(x)e^{\alpha x}$ 和 $f(x) = e^{\alpha x}(A \cos \beta x + B \sin \beta x)$ ）。

二、向量代数与空间解析几何

1. 掌握向量的运算（线性运算、数量积、向量积、混合积），掌握两个向量平行、垂直的条件。
2. 理解单位向量、方向余弦。
3. 掌握平面方程和直线方程及其求法。
4. 会求平面与平面、平面与直线、直线与直线的夹角；会利用平面、直线的相互关系（平行、垂直、相交等）解决问题。
6. 会求点到平面的距离。

7. 掌握常用的二次曲面方程及其图形；会求简单的柱面和旋转曲面的方程。

8. 会求空间曲面的交线方程；了解空间曲线在坐标面上的投影，并会求该投影曲线的方程。

三、多元函数微积分学

1. 会求二元函数的极限；会判断二元函数的连续性。
2. 会用定义求二元函数的偏导数；会求全微分。
3. 掌握多元复合函数的一阶、二阶偏导数计算方法（含抽象函数）。
4. 了解隐函数存在定理，会求多元隐函数的一阶、二阶偏导数。
5. 会求空间曲线的切线和法平面方程，会求空间曲面的切平面和法线方程。

6. 会求二元函数的极值；应用 Lagrange 乘数法求条件极值；会求简单多元函数的最大值和最小值，并会解决一些简单的应用问题。

四、多元函数积分学

1. 理解二重积分、三重积分的概念和性质。
2. 掌握二重积分在直角坐标系及极坐标系下的计算方法；
会交换积分的次序；会计算三重积分（直角坐标、柱面坐标）。
3. 了解两类曲线积分的性质及两类曲线积分的关系。
4. 掌握计算两类曲线积分的方法。
5. 掌握格林公式和平面曲线积分与路径无关的条件。
6. 会用重积分、曲线积分求一些几何量（平面图形的面积、立体体积、曲面面积、弧长）。

五、无穷级数

1. 理解常数项级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念，掌握收敛级数的基本性质及收敛的必要条件。
2. 掌握几何级数、调和级数和 P -级数的收敛情况。
3. 理解正项级数的概念；掌握正项级数收敛性的比较判别法、比值判别法和根值判别法。
4. 掌握交错级数及莱布尼茨判别法。
5. 理解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念以及绝对收敛与收敛的关系。

6. 掌握幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法。

7. 了解幂级数在其收敛区间内的基本性质（和函数的连续性、逐项求导和逐项积分）；会求一些幂级数在收敛区域内的和函数，并会由此求出某些数项级数的和。

8. 了解函数展开为泰勒级数的充分必要条件。

9. 掌握 $e^x, \sin x, \cos x, \ln(1+x)$ 的麦克劳林展开式，会用它们将一些简单函数间接展开为幂级数。