

一、复习题的相关说明

1、课程的考核方式：闭卷

2、成绩评定：总评成绩=30%阶段作业成绩（网上）+70%期末考试成绩

二、考试重点（占期末考试成绩 60%）

一、单项选择题

1. 设 p : 明天下雨, q : 我去游泳, 命题“如果明天不下雨, 我就去游泳”符号化为

- A. $\neg p \vee q$ B. $\neg p \wedge q$ C. $q \rightarrow p$ D. $\neg p \rightarrow q$

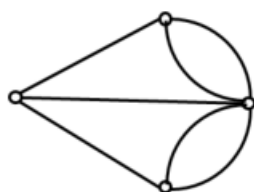
2. 设集合 $A=\{a, b, c, d\}$, 下列选项中 A 的真子集是

- A. $\{a, e\}$ B. $\{b, e, d\}$ C. $\{b, c, d\}$ D. $\{a, b, c, d\}$

3. 下列关系矩阵所对应的关系具有自反性的是

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

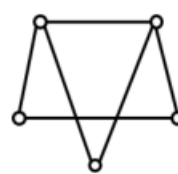
4. 下列图为欧拉图的是



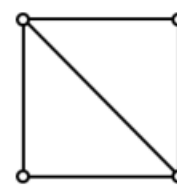
A.



B.



C.



D.

5. 下列关系矩阵所对应的关系具有对称性的是

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

6. 设 $A=\{a, b, c\}$ 上的二元关系如下, 则具有传递性的为 ()

- A. $\rho_1=\{<a, c>, <c, a>, <a, b>, <b, a>\}$ B. $\rho_2=\{<a, c>, <c, a>\}$
C. $\rho_3=\{<a, b>, <c, c>, <b, a>, <b, c>\}$ D. $\rho_4=\{<a, a>\}$

7. 在任何图 G 中必有偶数个 ()

- A. 度数为奇数的结点; B. 度数为偶数的结点;
C. 入度为奇数的结点; D. 出度为奇数的结点.

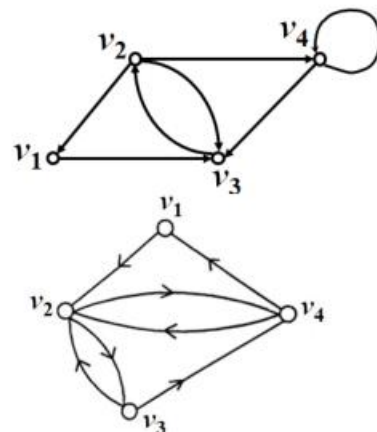
8. 在自然数集上的二元运算 $*$ 满足 $a*b = \max(a, b)$, 则 $*$ 不满足

- A. 交换律 B. 幂等律 C. 消去律 D. 结合律

第二部分 主观题

三、计算题

1. 用真值表判定命题公式 $(p \wedge q) \leftrightarrow \neg(p \vee r)$ 的公式类型。
2. 用真值表判定命题公式 $(p \wedge q) \vee (\neg q \rightarrow r)$ 的公式类型。
3. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$, $\leq$ 为整除关系, 回答下列问题:
 - (1) 画出 $\langle A, \leq \rangle$ 的哈斯图;
 - (2) 求子集 $B = \{3, 6, 9\}$ 的极大元, 极小元, 最大元, 最小元;
 - (3) 判断该偏序集 A 是否为格。
4. 设集合 $A = \{2, 4, 6, 8, 12, 24\}$, $\leq$ 为整除关系, 回答下列问题:
 - (1) 画出 $\langle A, \leq \rangle$ 的哈斯图;
 - (2) 求子集 $B = \{4, 6, 12\}$ 的极大元, 极小元, 最大元, 最小元;
 - (3) 判断该偏序集 A 是否为格。
5. 设有向图 D 如右图所示
 - (1) 写出图 D 的邻接矩阵;
 - (2) 计算图 D 中长度为3的通路数;
 - (3) 计算图 D 中长度小于或等于三的回路数。
6. 设有向图 D 如右图所示
 - (1) 写出图 D 的邻接矩阵;
 - (2) 计算图 D 中长度为3的通路数;
 - (3) 计算图 D 中长度小于或等于三的回路数。



四、证明题

1. 在整数集 Z 上定义二元运算 $\circ$: $a \circ b = a + 2 + b, \forall a, b \in Z$, 证明 $\langle Z, \circ \rangle$ 构成交换群(这里, $+$, $-$ 分别是整数的加法与减法运算)。
2. 在整数集 Z 上定义二元运算 $\circ$: $a \circ b = a + b - 1, \forall a, b \in Z$, 证明 $\langle Z, \circ \rangle$ 构成交换群(这里, $+$, $-$ 分别是整数的加法与减法运算)。

答案

选择题 DCDB BDAC

计算题

1.

P	Q	R	$p \wedge q$	$p \vee r$	$\neg(p \vee r)$	$(p \wedge q) \leftrightarrow \neg(p \vee r)$
0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	0	1
0	1	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	1	1	0	0

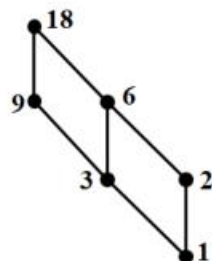
非永真式的可满足式。

2.

p	q	r	$p \wedge q$	$\neg q$	$\neg q \rightarrow r$	$(p \wedge q) \vee (\neg q \rightarrow r)$
0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1	1

非永真式的可满足式。

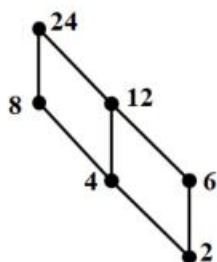
3. . 解 (1)



(2) 极大元 6, 9; 极小元 3; 无最大元; 最小元 3

(3) 该偏序集是格

4. 解 (1)



(2) 极大元 12; 极小元 4, 6; 最大元 12; 无最小元

(3) 该偏序集是格

$$5. \text{ 解: (1) } A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2) \quad A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

长度为 3 的通路数为 20

(3) 长度小于或等于三的回路数 11

$$6. \text{ 解: (1) } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2) \quad A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

长度为 3 的通路数为 24

(3) 长度小于或等于三的回路数 10

证明题

1. 证明 (1) 对任意 $x, y, z \in \mathbb{Z}$, 由

$$(x \circ y) \circ z = (x + 2 + y) \circ z = x + y + z + 4,$$

$$x \circ (y \circ z) = x \circ (y + 2 + z) = x + y + z + 4$$

$$(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), \text{ 满足结合律;}$$

(2) 任意 $x \in \mathbb{Z}$, $x \circ (-2) = (-2) \circ x = x + 2 + (-2) = x$, 有单位元 -2;

(3) 任意 $x \in \mathbb{Z}$, $x^{-1} = -4 - x$

(4) 运算满足交换律;

$\langle \mathbb{Z}, \circ \rangle$ 是交换群.

2. 在整数集 $\mathbb{Z}$ 上定义二元运算 $\circ$: $a \circ b = a + b - 1, \forall a, b \in \mathbb{Z}$, 证明 $\langle \mathbb{Z}, \circ \rangle$ 构成交换群(这里, $+$, $-$ 分别是整数的加法与减法运算)。

证明 (1) 对任意 $x, y, z \in \mathbb{Z}$, 由

$$(x \circ y) \circ z = (x + y - 1) \circ z = x + y + z - 2,$$

$$x \circ (y \circ z) = x \circ (y + z - 1) = x + y + z - 2$$

$$(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), \text{ 满足结合律;}$$

(2) 任意 $x \in \mathbb{Z}$, $x \circ 1 = 1 \circ x = x + 1 - 1 = x$, 有单位元 1;

(3) 任意 $x \in \mathbb{Z}$, $x^{-1} = 2 - x$,

(4) 运算满足交换律;

$\langle \mathbb{Z}, \circ \rangle$ 是交换群.

一、单项选择题

1. 命题公式 $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$ 是().

- A. 矛盾式; B. 非永真式的可满足式;
C. 重言式; D. 等价式.

2. 下列各组命题公式中, 等值的是().

- A. $\neg p \wedge \neg q, p \vee q$ B. $q \vee (p \vee q), \neg q \wedge (p \vee q)$
C. $\neg p \vee (p \wedge q), q$ D. $p \rightarrow (q \rightarrow p), \neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$

3. 设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b, c\}$, $C = \{c, d\}$, 则 $A \times (B \cap C)$ 为().

- A. $\{ \langle c, 1 \rangle, \langle 2, c \rangle \}$ B. $\{ \langle 1, c \rangle, \langle 2, c \rangle \}$
C. $\{ \langle 1, c \rangle, \langle c, 2 \rangle \}$ D. $\{ \langle c, 1 \rangle, \langle c, 2 \rangle \}$

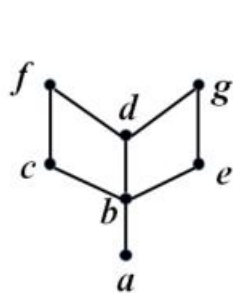
4. 集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 上的二元关系 $R = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \in A \wedge x + y = 10 \}$, 则 R 的性质为().

- A. 对称的; B. 反对称的; C. 自反的; D. 反自反的..

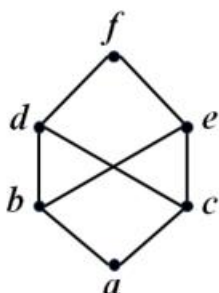
5. 在有 n 个结点的连通图 G 中, 其边数().

- A. 最多 $n-1$ 条; B. 至少 $n-1$ 条;
C. 最多 n 条; D. 至少 n 条.

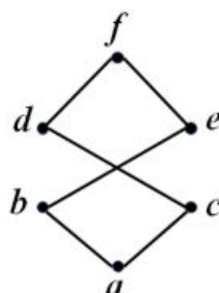
6. 在下面偏序集的哈斯图中, 是格的是 ().



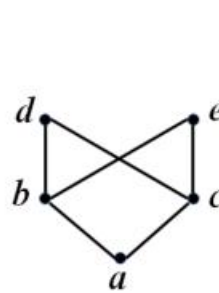
A



B



C



D

二、判断题

7. 命题公式 P, Q 的真值分别为 0, 1, 则 $P \rightarrow Q$ 的真值为 0.

A. 正确 B. 错误

8. 设 A, B, C 都是命题公式, 则 $(A \vee B \vee \neg C) \rightarrow (A \rightarrow C)$ 也是命题公式.

A. 正确 B. 错误

9. 如果 $a \notin A \cup B$, 则 $a \notin A$ 或 $a \notin B$.

A. 正确 B. 错误

10. 设集合 $A = \{0, 1\}$, 则 $R = \{\langle \emptyset, 0 \rangle, \langle \emptyset, 1 \rangle, \langle \{0\}, 0 \rangle, \langle \{1\}, 0 \rangle\}$ 是 2^A 到 A 的关系.

A. 正确 B. 错误

11. 设 R_1, R_2 为集合 A 上的等价关系, 则设 $R_1 \cup R_2$ 也是集合 A 上的等价关系.

A. 正确 B. 错误

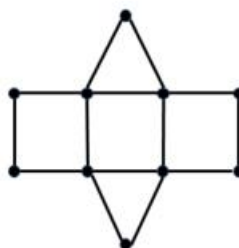
12. n 阶完全图的任意两个不同结点的距离都为 1.

A. 正确 B. 错误

13. 不论无向图或有向图, 简单回路一定是初级回路.

A. 正确 B. 错误

14. 下图所示的图是欧拉图.



A. 正确 B. 错误

15. 设 a, b 是格 $\langle L, \vee, \wedge \rangle$ 的任意两个元素, 则 $a \vee b = b \leftrightarrow a \wedge b = a$.

A. 正确 B. 错误

16. 设 A 是集合, $\circ: A \times A \rightarrow A, a \circ b = a$, 则 $\circ$ 是可结合的.

A. 正确 B. 错误

答案

一、单项选择题

1. C 2. D 3. B 4. A 5. B 6. C

二、判断题

7. B 8. A 9. B 10. A 11. B 12. A 13. B 14. A 15. A 16. A

一、 判断题

1. $\{\phi\}$ 是空集.

A. 正确

B. 错误

2. 设集合 $A = \{a_1, a_2, a_3\}$, $B = \{b_1, b_2, b_3\}$, 则 $A \times B = \{ \langle a_1, b_1 \rangle, \langle a_2, b_2 \rangle, \langle a_3, b_3 \rangle \}$.

A. 正确

B. 错误

3. 设 ρ 是集合 A 上的等价关系, 则当 $\langle a, b \rangle \in \rho$ 时, $[a]_\rho = [b]_\rho$.

A. 正确

B. 错误

4. 代数系统的零元是可逆元.

A. 正确

B. 错误

5. 设 a, b 是群 $\langle G, \cdot \rangle$ 的元素, 则 $(a \cdot b)^{-1} = a^{-1} \cdot b^{-1}$.

A. 正确

B. 错误

6. 设 A 是集合, $\circ: A \times A \rightarrow A$, $a \circ b = b$, 则 $\circ$ 是可结合的.

A. 正确

B. 错误

7. 图 G 的两个不同结点 v_i, v_j 连接时一定邻接.

A. 正确

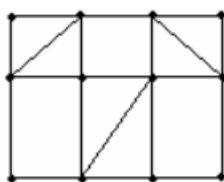
B. 错误

8. 强连通有向图一定是单向连通的.

A. 正确

B. 错误

9. 下图所示的图是欧拉图.



A. 正确

B. 错误

10. 设 P, Q 都是命题公式, 则 $P \Rightarrow Q$ 的充分必要条件为 $P \rightarrow Q \Leftrightarrow 1$.

A. 正确

B. 错误

二、 单项选择题

11. 下列命题中假命题是().

A. 如果雪不是白的, 则太阳从西边出来.

B. 如果雪是白的, 则太阳从西边出来.

C. 如果雪不是白的, 则太阳从东边出来.

D. 只要雪不是白的, 太阳就从西边出来.

12. 设 $A = \{0, b\}$, $B = \{1, b, 3\}$, 则 $A \cup B$ 的恒等关系为().

- A. $\{ \langle 0, 0 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle b, b \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$ B. $\{ \langle 0, 0 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$
C. $\{ \langle 0, 0 \rangle, \langle b, b \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$ D. $\{ \langle 0, 1 \rangle, \langle 1, b \rangle, \langle b, 3 \rangle, \langle 3, 0 \rangle \}$

13. 设 A, B 是集合, 则下列说法中正确的是().

- A. A 到 B 的关系都是 A 到 B 的映射
B. A 到 B 的映射都是可逆的
C. A 到 B 的双射都是可逆的
D. $A \subset B$ 时必不存在 A 到 B 的双射

14. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$, 下面定义的哪种运算关于集合 A 不是封闭的().

- A. $x \circ y = \max\{x, y\}$
B. $x \circ y = \min\{x, y\}$
C. $x \circ y = \text{GCD}\{x, y\}$, 即 x, y 的最大公约数
D. $x \circ y = \text{LCM}\{x, y\}$, 即 x, y 的最小公倍数

15. 在任何图 G 中必有偶数个().

- A. 度数为偶数的结点; B. 度数为奇数的结点;
C. 入度为奇数的结点; D. 出度为奇数的结点.

16. “学习有如逆水行舟, 不进则退”. 设 p : 学习如逆水行舟, q : 学习进步, r : 学习退步. 则命题符号化为 ().

- A. $p \wedge (\neg q \rightarrow r)$; B. $p \rightarrow (\neg q \rightarrow r)$;
C. $p \vee (\neg q \rightarrow r)$; D. $p \leftrightarrow (\neg q \rightarrow r)$.

答案

一、 判断题

1. B 2. B 3. A 4. B 5. B
6. A 7. B 8. A 9. B 10. A

二、 单项选择题

11. B 12. A 13. C 14. D 15. B 16. B