

大学物理习题集（上册）

参考答案与详细解析

覆盖练习一至练习五：运动学、圆周与相对运动、牛顿运动定律、动量与功、功能原理与碰撞。

编排形式：答案速查 + 规范步骤 + 关键公式 + 最终结论

适合打印、复习与自行使用 XeLaTeX 编译

目录

总答案速查	2
复习提示	24

总答案速查

选择题答案

	1	2	3	4	5
练习一	C	B	D	D	D
练习二	B	C	B	B	D
练习三	C	C	B	E	A
练习四	A	A	A	C	D
练习五	C	D	C	C	D

使用说明

本答案按照原习题集顺序整理。对于涉及方向的矢量题，先建立坐标轴，再写分量方程；对于动力学题，优先画受力图；对于功能与动量题，先判断研究对象和守恒条件。部分题目原图中的字母方向已在解析中重新说明。

练习一

描述运动的物理量

一、选择题

1. **答案：C， $x = 2\text{ m}$ 。**

质点在 $v - t$ 图像下的有向面积等于位移。分段计算：

$$\begin{aligned}\Delta x &= \frac{1}{2} \times 1 \times 2 + 1 \times 2 + \frac{1}{2} \times 0.5 \times 2 \\ &\quad - \frac{1}{2} \times 0.5 \times 1 - 1 \times 1 - \frac{1}{2} \times 0.5 \times 1 \\ &= 1 + 2 + 0.5 - 0.25 - 1 - 0.25 = 2\text{ m}.\end{aligned}$$

由于 $t = 0$ 时 $x_0 = 0$ ，故 $t = 4.5\text{ s}$ 时

$$x = 2\text{ m}.$$

2. **答案：B，变速直线运动。**

位置矢量为

$$\boldsymbol{r} = t^2(a\boldsymbol{i} + b\boldsymbol{j}).$$

其方向始终与固定矢量 $a\boldsymbol{i} + b\boldsymbol{j}$ 相同，轨迹是一条直线；而

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 2t(a\boldsymbol{i} + b\boldsymbol{j}),$$

速度大小随时间变化，因此为变速直线运动。

3. **答案：D，不能确定。**

已知某一时刻的瞬时速度和瞬时加速度，只能反映该时刻附近的运动状态。若未说明随后一秒内加速度是否保持 -2 m/s^2 ，就不能使用 $v = v_0 + at$ 。因此一秒后的速度不能确定。

4. **答案：D。**

瞬时速率的定义就是瞬时速度矢量的模：

$$|\boldsymbol{v}| = v.$$

在一般曲线运动的一段时间内，路程大于位移的大小，因此平均速率大于平均速度的大小：

$$\bar{v} > |\bar{\boldsymbol{v}}|.$$

故应选 D。

5. 答案: D.

变速圆周运动的加速度由互相垂直的切向分量和法向分量组成:

$$a_t = \frac{dv}{dt}, \quad a_n = \frac{v^2}{R}.$$

所以

$$a = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \frac{v^4}{R^2}}.$$

二、填空题

1. 振动方程为

$$y = A \sin \omega t.$$

对时间求导:

$$v = A\omega \cos \omega t.$$

又因为

$$\sin \omega t = \frac{y}{A}, \quad \cos^2 \omega t = 1 - \frac{y^2}{A^2},$$

所以速度与坐标满足

$$v^2 = \omega^2(A^2 - y^2),$$

或者写成

$$v = \pm \omega \sqrt{A^2 - y^2}.$$

正负号由运动方向决定。

2. 已知

$$a = \frac{dv}{dt} = Ct^2.$$

积分并利用 $v(0) = v_0$:

$$v = v_0 + \frac{C}{3}t^3.$$

再由 $v = dx/dt$ 积分, 并利用 $x(0) = x_0$:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{C}{12}t^4.$$

3. 设人的脚到灯柱的距离为 x , 影子顶端 M 到灯柱的距离为 X 。由相似三角形:

$$\frac{h_1}{X} = \frac{h_2}{X - x}.$$

整理得

$$X = \frac{h_1}{h_1 - h_2}x.$$

两边对时间求导：

$$v_M = \frac{h_1}{h_1 - h_2} v.$$

三、计算题

1. 加速度随时间均匀增加。设其变化率为常量 λ ，则

$$a(t) = a + \lambda t.$$

由 $a(\tau) = 2a$ 得

$$2a = a + \lambda\tau \implies \lambda = \frac{a}{\tau}.$$

因此

$$a(t) = a + \frac{a}{\tau}t.$$

当 $t = n\tau$ 时：

$$a_n = (n+1)a.$$

质点从静止开始，速度为

$$v(t) = \int_0^t a(t') dt' = at + \frac{a}{2\tau}t^2.$$

路程为

$$\begin{aligned} s(t) &= \int_0^t v(t') dt' \\ &= \frac{1}{2}at^2 + \frac{a}{6\tau}t^3. \end{aligned}$$

代入 $t = n\tau$ ：

$$s_n = a\tau^2 \left(\frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{6} \right) = \frac{a\tau^2 n^2 (n+3)}{6}.$$

四、证明题

1. 已知

$$\frac{dv}{dt} = -kv^2.$$

利用链式法则：

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}.$$

故

$$v \frac{dv}{dx} = -kv^2.$$

在 $v \neq 0$ 时约去一个 v ：

$$\frac{1}{v} \frac{dv}{dx} = -k.$$

从 $x = 0, v = v_0$ 积分到 x, v :

$$\int_{v_0}^v \frac{dv'}{v'} = -k \int_0^x dx'.$$

于是

$$\ln \frac{v}{v_0} = -kx,$$

即

$$\boxed{v = v_0 e^{-kx}}.$$

证毕。

练习二

圆周运动与相对运动

一、选择题

1. 答案：B, $t = 2\text{s}$ 。

由

$$s = 5 + 4t - t^2$$

得速度

$$v = \frac{ds}{dt} = 4 - 2t.$$

到达最高点时沿斜面的瞬时速度为零：

$$4 - 2t = 0 \implies \boxed{t = 2\text{s}}.$$

2. 答案：C。

水平抛出时，水平速度始终为 v_0 ，落地时竖直速度为 gt 。由速度合成：

$$v_t^2 = v_0^2 + (gt)^2.$$

因此

$$\boxed{t = \frac{\sqrt{v_t^2 - v_0^2}}{g}}.$$

3. 答案：B，压力减小。

设木板对小球的支持力为 N 。木板与竖直墙的夹角为 α ，故 N 的竖直分量为 $N \sin \alpha$ 。平衡条件给出

$$N \sin \alpha = mg,$$

即

$$N = \frac{mg}{\sin \alpha}.$$

当 α 增大时， $\sin \alpha$ 增大，故 N 减小。

4. 答案：B。

在 $2t$ 内质点恰好转两周，位移为零，所以平均速度大小为零。总路程为 $4\pi R$ ，故平均速率为

$$\frac{4\pi R}{2t} = \frac{2\pi R}{t}.$$

5. 答案：D，仅式 (3) 正确。

曲线运动中应严格区分矢量和标量：

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}$$

$$\frac{ds}{dt} = v$$

恒成立。速度大小的变化率是切向加速度，而不是总加速度；路程 s 是标量，不能对其求导得到速度矢量；并且 $|d\mathbf{v}/dt|$ 是总加速度大小，不是切向加速度。因此只有 (3) 正确。

二、填空题

1. 半径 $R = 1\text{ m}$ ，走过 $2/3$ 圆周时，路程为

$$s = \frac{2}{3} \cdot 2\pi R = \frac{4\pi}{3} \text{ m} = \frac{400\pi}{3} \text{ cm}.$$

速度为 1 cm/s ，所用时间

$$\Delta t = \frac{400\pi}{3} \text{ s}.$$

起点和终点间的弦长为

$$|\Delta\mathbf{r}| = 2R \sin \frac{120^\circ}{2} = \sqrt{3} \text{ m} = 100\sqrt{3} \text{ cm}.$$

所以平均速度大小为

$$|\bar{\mathbf{v}}| = \frac{100\sqrt{3}}{400\pi/3} = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} \text{ cm/s}.$$

按照原图的坐标方向，位移方向为与 x 轴正向成 60° 角。

2. 速率为

$$v = A + Bt,$$

故切向加速度恒为

$$a_t = B.$$

设转一周所需时间为 T 。由路程条件

$$\int_0^T (A + Bt) dt = 2\pi R$$

得

$$AT + \frac{1}{2}BT^2 = 2\pi R.$$

取正根：

$$T = \frac{-A + \sqrt{A^2 + 4\pi BR}}{B}.$$

再次经过 P 点时的速率为

$$v(T) = A + BT = \sqrt{A^2 + 4\pi BR}.$$

所以法向加速度

$$a_n = \frac{v(T)^2}{R} = \frac{A^2 + 4\pi BR}{R}.$$

3. 重力加速度竖直向下。将其沿速度方向和垂直速度方向分解，若 θ 取速度与水平面的锐角，则

$$a_t = g \sin \theta, \quad a_n = g \cos \theta.$$

若考虑上升、下降的符号，切向分量应写成 $a_t = -g \sin \theta$ ；题目问大小，故取绝对值。

三、计算题

1. 取水平向前为 x 轴正向，竖直向上为 y 轴正向。斜面相对地面的速度为

$$\mathbf{u} = u\mathbf{i}.$$

质点相对斜面的速度大小为

$$v_r = \sqrt{2gy}.$$

当下滑高度为 h 时，质点相对斜面的速度为

$$\mathbf{v}_r = \sqrt{2gh} \cos \alpha \mathbf{i} - \sqrt{2gh} \sin \alpha \mathbf{j}.$$

由伽利略速度变换：

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} + \mathbf{v}_r.$$

即

$$\mathbf{v} = \left(u + \sqrt{2gh} \cos \alpha\right) \mathbf{i} - \sqrt{2gh} \sin \alpha \mathbf{j}.$$

因此对地速度大小为

$$v = \sqrt{u^2 + 2gh + 2u\sqrt{2gh} \cos \alpha}.$$

设速度方向与水平向前方向的夹角为 β ，向下偏转，则

$$\tan \beta = \frac{\sqrt{2gh} \sin \alpha}{u + \sqrt{2gh} \cos \alpha}.$$

2. 已知 $R = 2\text{ m}$ ，角速度

$$\omega = kt^2.$$

在 $t = 2\text{ s}$ 时：

$$v = R\omega = 2 \times k \times 2^2 = 8k = 32,$$

故

$$k = 4 \text{ rad/s}^3.$$

在 $t = 1 \text{ s}$ 时:

$$\omega = 4 \text{ rad/s}, \quad \boxed{v = R\omega = 8 \text{ m/s}}.$$

角加速度

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 2kt = 8 \text{ rad/s}^2.$$

切向加速度和法向加速度分别为

$$a_t = R\alpha = 16 \text{ m/s}^2,$$

$$a_n = \omega^2 R = 4^2 \times 2 = 32 \text{ m/s}^2.$$

二者互相垂直，故总加速度大小

$$\boxed{a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = 16\sqrt{5} \text{ m/s}^2}.$$

练习三

牛顿运动定律

一、选择题

1. **答案：C**， $a = (M + m)g/M$ 。

猴子保持离地高度不变，说明猴子的加速度为零。设杆对猴子的作用力为 F ，则

$$F - mg = 0 \implies F = mg.$$

根据作用力与反作用力，猴子对杆有大小为 mg 的向下作用力。杆所受总向下力为

$$Mg + mg = (M + m)g.$$

所以杆的加速度为

$$a = \frac{(M + m)g}{M}.$$

2. **答案：C**， $\omega_{\min} = \sqrt{g/(\mu R)}$ 。

圆筒壁的支持力提供向心力：

$$N = m\omega^2 R.$$

物块不下落要求最大静摩擦力至少等于重力：

$$\mu N \geq mg.$$

因此

$$\mu m\omega^2 R \geq mg,$$

故

$$\omega_{\min} = \sqrt{\frac{g}{\mu R}}.$$

3. **答案：B**， $g' = 0.25g$ 。

星球表面的重力加速度为

$$g = \frac{GM}{R^2}.$$

因此

$$\frac{g'}{g} = \frac{0.04M}{(0.4R)^2} \cdot \frac{R^2}{M} = \frac{0.04}{0.16} = 0.25.$$

4. **答案：E**，轨道支持力不断增大。

设质点从 A 点由静止开始下滑，图中半径与水平线夹角为 θ 。下降高度为 $R \sin \theta$ ，由机械能守恒：

$$v^2 = 2gR \sin \theta.$$

沿半径指向圆心方向列牛顿第二定律：

$$N - mg \sin \theta = \frac{mv^2}{R}.$$

代入速度：

$$N = mg \sin \theta + 2mg \sin \theta = 3mg \sin \theta.$$

随着 θ 从 0 增至 $\pi/2$ ， N 单调增大。

5. **答案：A**， $\omega \approx 13 \text{ rad/s}$ 。

碗半径 $R = 0.10 \text{ m}$ ，小球高于碗底 $h = 0.04 \text{ m}$ 。小球所在水平圆的转轴半径为

$$\rho = \sqrt{R^2 - (R - h)^2}.$$

法向力沿球面半径方向。由竖直方向平衡和水平方向向心运动可得

$$\omega^2 = \frac{g}{R - h}.$$

因此

$$\omega = \sqrt{\frac{9.8}{0.06}} \approx 12.8 \text{ rad/s}.$$

故约为 13 rad/s 。

二、填空题

1. 速度换算为

$$v = 640 \text{ km/h} = \frac{640}{3.6} \approx 177.78 \text{ m/s}.$$

最低点的向心加速度不能超过 $7g$ ：

$$\frac{v^2}{R} \leq 7g.$$

因此最小半径为

$$R_{\min} = \frac{v^2}{7g} \approx 4.61 \times 10^2 \text{ m}.$$

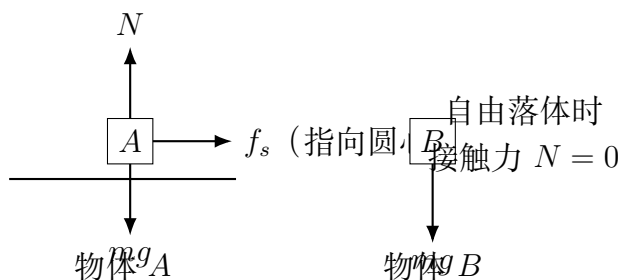
在最低点，对驾驶员有

$$N - mg = m \frac{v^2}{R} = 7mg.$$

所以视重为

$$N = 8mg = 8 \times 70 \times 9.8 \approx 5.49 \times 10^3 \text{ N}.$$

2. 受力图的规范描述如下。



物体 A 受重力、桌面支持力和指向圆心的静摩擦力；物体 B 与 C 一起自由下落时，二者具有相同的重力加速度，接触压力为零，因此 B 仅受重力。

3. 剪断前，小球处于平衡。设绳 BC 与竖直方向夹角为 θ ，则

$$T \cos \theta = mg, \quad T = \frac{mg}{\cos \theta}.$$

剪断 AB 后的瞬间，小球速度仍为零，沿绳方向的向心加速度 $v^2/l = 0$ 。沿 BC 方向列方程：

$$T' - mg \cos \theta = 0, \quad T' = mg \cos \theta.$$

因此

$$\boxed{T : T' = 1 : \cos^2 \theta}.$$

三、计算题

1. 设跨过定滑轮的细绳张力为 T 。滑轮两侧张力大小相等。由于支承绳 CO 与竖直方向成 30° ，且它的方向与两段绳张力的合力相反，所以两段绳的夹角为 60° ，从而绳 OB 与水平面的夹角为 30° 。

对物体 B 在竖直方向列平衡方程：

$$N + T \sin 30^\circ - m_B g = 0.$$

代入 $N = 80 \text{ N}$, $m_B = 10 \text{ kg}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$:

$$80 + \frac{T}{2} - 100 = 0,$$

得

$$T = 40 \text{ N}.$$

(1) 物体 A 平衡：

$$T = m_A g,$$

故

$$\boxed{m_A = 4 \text{ kg}}.$$

(2) 物体 B 在水平方向平衡, 摩擦力大小为

$$f = T \cos 30^\circ = 20\sqrt{3} \text{ N}.$$

其方向水平向右, 用来平衡绳对 B 的左向分力。

(3) 两段大小相等、夹角为 60° 的张力合力大小为

$$T_{CO} = 2T \cos 30^\circ.$$

因此

$$T_{CO} = 40\sqrt{3} \text{ N}.$$

2. 初速度

$$v_0 = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}.$$

飞机在跑道上无竖直加速度, 故

$$N + C_y v^2 = mg, \quad N = mg - C_y v^2.$$

刚着地时地面对飞机无压力, 即 $N(v_0) = 0$, 所以

$$C_y v_0^2 = mg.$$

又因升阻比

$$K = \frac{C_y}{C_x} = 5, \quad C_x = \frac{C_y}{K}.$$

滑行时水平方向阻力为

$$F = \mu N + C_x v^2.$$

代入 N :

$$F = \mu mg + (C_x - \mu C_y) v^2.$$

再代入 $C_y = mg/v_0^2$ 和 $C_x = C_y/K$:

$$F = mg \left[\mu + \left(\frac{1}{K} - \mu \right) \frac{v^2}{v_0^2} \right].$$

由

$$mv \frac{dv}{dx} = -F$$

得总滑行距离

$$\begin{aligned} s &= \int_0^{v_0} \frac{v dv}{g \left[\mu + \left(\frac{1}{K} - \mu \right) \frac{v^2}{v_0^2} \right]} \\ &= \frac{v_0^2}{2g(1/K - \mu)} \ln \frac{1/K}{\mu}. \end{aligned}$$

代入 $v_0 = 25 \text{ m/s}$, $K = 5$, $\mu = 0.10$:

$$s = \frac{25^2}{2 \times 9.8 \times 0.10} \ln 2 \approx 2.21 \times 10^2 \text{ m}.$$

练习四

动量定理与功

一、选择题

1. **答案：A**, $F_{\text{合, 均}} = mv/\Delta t$ 。

取向上为正，铁锤碰撞前动量为 $-mv$ ，碰撞后为零。因此

$$\Delta p = 0 - (-mv) = mv.$$

由动量定理，平均合外力大小为

$$F_{\text{合, 均}} = \frac{mv}{\Delta t}.$$

2. **答案：A**, $\mathbf{v}'_B = \mathbf{i} - 5\mathbf{j}$ 。

设粒子 A 的质量为 m ，则粒子 B 的质量为 $4m$ 。动量守恒：

$$m(3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}) + 4m(2\mathbf{i} - 7\mathbf{j}) = m(7\mathbf{i} - 4\mathbf{j}) + 4m\mathbf{v}'_B.$$

整理：

$$4m\mathbf{v}'_B = m(4\mathbf{i} - 20\mathbf{j}),$$

故

$$\mathbf{v}'_B = \mathbf{i} - 5\mathbf{j}.$$

3. **答案：A**, 斜面保持静止。

系统水平方向没有外力，初始总动量为零。若木块能静止在斜面上，则木块与斜面均可保持静止，静摩擦力负责平衡木块沿斜面的重力分量。整个系统不会获得水平动量。

4. **答案：C**, $I_g = \pi Rmg/v$ 。

重力是恒力，冲量大小等于

$$I_g = mg\Delta t.$$

摆球运动半周的路程为 πR ，速率为 v ，所以

$$\Delta t = \frac{\pi R}{v}.$$

故

$$I_g = \frac{\pi Rmg}{v}.$$

5. **答案：D**。

物块随卡车一起加速时，摩擦力既可能沿斜面向上，也可能沿斜面向下。其方向取决于：若无摩擦时物块相对斜面的滑动趋势。卡车加速度较小或较大时，滑动趋势可能不同，因此两种方向均可能。

二、填空题

1. 取水流初速度方向为水平向右。水流被叶片反向后，单位时间内水的动量变化为

$$\frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t} = Q(-v\mathbf{i} - v\mathbf{i}) = -2Qv\mathbf{i}.$$

这是叶片对水的力。根据作用力与反作用力，水对叶片的力为

$$F = 2Qv,$$

方向水平向右。

2. 子弹对每块木块的作用力大小均为 F 。由冲量定理：

$$F\Delta t_1 = (m_1 + m_2)v_A, \quad F\Delta t_2 = m_2v_B - m_2v_A.$$

因此

$$v_A = \frac{F\Delta t_1}{m_1 + m_2}, \quad v_B = \frac{F\Delta t_2}{m_2} + \frac{F\Delta t_1}{m_1 + m_2}.$$

3. 恒力

$$\mathbf{F}_0 = F_0\mathbf{i}$$

所作的功只由始末位置的 x 坐标决定：

$$W = F_0(x_B - x_A).$$

按原图， A 在圆的最低点， B 在圆的最左点，因此

$$x_A = 0, \quad x_B = -R.$$

故

$$W = -F_0R.$$

三、计算题

1. 煤粉从高度 h 自由落下，到达传送带时竖直速度大小为

$$v_y = \sqrt{2gh}.$$

取水平向右为 x 轴正向，竖直向上为 y 轴正向。煤粉落到传送带前的速度为

$$\boldsymbol{v}_1 = -\sqrt{2gh}\boldsymbol{j}.$$

随传送带稳定运动后的速度为

$$\boldsymbol{v}_2 = v\boldsymbol{i}.$$

单位时间内煤粉的动量变化为

$$\boldsymbol{F}_{A \rightarrow \text{煤}} = q_m(\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1) = q_mv\boldsymbol{i} + q_m\sqrt{2gh}\boldsymbol{j}.$$

因此煤粉对传送带的作用力方向相反：

$$\boldsymbol{F}_{\text{煤} \rightarrow A} = -q_mv\boldsymbol{i} - q_m\sqrt{2gh}\boldsymbol{j}.$$

代入 $q_m = 40 \text{ kg/s}$, $v = 2.0 \text{ m/s}$, $h = 0.5 \text{ m}$ ：

$$F_x = 40 \times 2 = 80 \text{ N},$$

$$F_y = 40\sqrt{2 \times 9.8 \times 0.5} \approx 125.2 \text{ N}.$$

煤粉对传送带的力大小为

$$F = \sqrt{80^2 + 125.2^2} \approx 1.49 \times 10^2 \text{ N}.$$

方向为向左下方；与竖直向下方向的夹角为

$$\beta = \arctan \frac{80}{125.2} \approx 32.6^\circ.$$

2. 穿透时间极短，可忽略悬绳张力和重力在水平方向的冲量。设物体在子弹穿出后的速度为 V 。水平方向动量守恒：

$$mv_0 = mv + MV.$$

所以

$$V = \frac{m(v_0 - v)}{M}.$$

代入 $m = 0.010 \text{ kg}$, $M = 1.5 \text{ kg}$, $v_0 = 500 \text{ m/s}$, $v = 30 \text{ m/s}$ ：

$$V = \frac{0.01 \times 470}{1.5} \approx 3.13 \text{ m/s}.$$

- (1) 子弹刚穿出时，物体位于最低点，沿绳方向列牛顿第二定律：

$$T - Mg = M\frac{V^2}{l}.$$

因此

$$T = M \left(g + \frac{V^2}{l} \right).$$

代入 $l = 1.25 \text{ m}$:

$$T \approx 1.5 \left(9.8 + \frac{3.13^2}{1.25} \right) \approx 26.5 \text{ N}.$$

(2) 子弹所受冲量为其动量变化:

$$\boldsymbol{I} = m\boldsymbol{v} - m\boldsymbol{v}_0.$$

取初速度方向为正:

$$I = 0.01(30 - 500) = -4.70 \text{ N} \cdot \text{s}.$$

所以

$$|I| = 4.70 \text{ N} \cdot \text{s},$$

方向与子弹初速度方向相反。

练习五

功能原理与碰撞

一、选择题

1. 答案：C。

系统机械能守恒的条件是：外力和非保守内力对系统所作的总功为零。保守内力所作的功已经通过势能变化计入机械能，因此不要求保守内力不作功。

2. 答案：D， $v' = v/\sqrt{2}$ 。

设木板厚度为 L ，阻力大小为 F 。子弹穿过整个木板后速度为零：

$$FL = \frac{1}{2}mv^2.$$

进入深度 $L/2$ 时：

$$\frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}mv^2 - F\frac{L}{2}.$$

代入 $FL = \frac{1}{2}mv^2$ ：

$$\frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{4}mv^2.$$

所以

$$\boxed{v' = \frac{v}{\sqrt{2}}}.$$

3. 答案：C， $v = d\sqrt{k/(2m)}$ 。

在 B 离开 A 以前，两滑块具有相同速度，可视为总质量 $2m$ 。当弹簧恢复原长时弹力为零， B 恰好开始离开 A 。由机械能守恒：

$$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}(2m)v^2.$$

故

$$\boxed{v = d\sqrt{\frac{k}{2m}}}.$$

4. 答案：C。

初态 a 点处弹簧伸长 x_1 ；物体从 a 向上移动 x_2 到达 b 点，终态弹簧相对原长的形变量为 $x_2 - x_1$ 。弹性势能增量为

$$\Delta U_s = \frac{1}{2}k(x_2 - x_1)^2 - \frac{1}{2}kx_1^2.$$

重力势能增量为

$$\Delta U_g = mgx_2 \sin \alpha.$$

所以总势能增量为

$$\Delta U = \frac{1}{2}k(x_2 - x_1)^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 + mgx_2 \sin \alpha.$$

5. **答案：D。**

一对作用力与反作用力的总功率为

$$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}_1 - \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}_2 = \mathbf{F} \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2).$$

其中相对速度 $\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$ 在不同惯性参考系中不变，因此这对力做功之和与惯性参考系的选取无关。

二、填空题

1. 合力所作的功等于动能增量：

$$W_1 + W_2 = \Delta E_k = 24 \text{ J}.$$

第一恒力所作的功为

$$W_1 = \mathbf{F}_1 \cdot \Delta \mathbf{r} = (12\mathbf{i} - 3\mathbf{j}) \cdot (3\mathbf{i} + 8\mathbf{j}) = 36 - 24 = 12 \text{ J}.$$

所以

$$W_2 = 24 - 12 = 12 \text{ J}.$$

2. 悬垂部分长度为 $l/5$ ，质量为 $m/5$ ，其质心位于桌面下方 $l/10$ 。缓慢拉回时外力所作的功等于重力势能增加：

$$W = \frac{m}{5}g\frac{l}{10} = \frac{mgl}{50}.$$

3. 平衡时弹簧伸长 x_0 ，故

$$kx_0 = mg.$$

取物体在平衡位置 O 时各种势能均为零。弹簧恢复原长时，物体上升 x_0 ，所以重力势能为

$$U_g = mgx_0 = kx_0^2.$$

弹性势能相对于 O 点的变化为

$$U_s = 0 - \frac{1}{2}kx_0^2 = -\frac{1}{2}kx_0^2.$$

总势能为

$$U = mgx_0 - \frac{1}{2}kx_0^2.$$

利用 $mg = kx_0$:

$$U = \frac{1}{2}kx_0^2.$$

三、计算题

1. 陨石质量为 m ，地球质量为 M ，地球半径为 R 。陨石初始距地心距离为 $R+h$ ，落地时距地心距离为 R 。

(1) 万有引力是保守力，其势能为

$$U(r) = -\frac{GMm}{r}.$$

万有引力所作的功为势能的减少量:

$$\begin{aligned} W &= U(R+h) - U(R) \\ &= -\frac{GMm}{R+h} + \frac{GMm}{R}. \end{aligned}$$

因此

$$W = GMm \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right) = \frac{GMmh}{R(R+h)}.$$

(2) 陨石从静止开始下落，由机械能守恒或动能定理:

$$\frac{1}{2}mv^2 = W.$$

所以落地速度为

$$v = \sqrt{2GM \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right)} = \sqrt{\frac{2GMh}{R(R+h)}}.$$

四、证明题

1. 发动机功率保持为常量 P ，且不计阻力。功率等于动能对时间的变化率:

$$P = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}mv^2 \right).$$

从静止开始，积分得

$$Pt = \frac{1}{2}mv^2.$$

因此

$$v = \sqrt{\frac{2Pt}{m}}.$$

又因为

$$\frac{dx}{dt} = v = \sqrt{\frac{2P}{m}} t^{1/2}.$$

由 $x(0) = 0$ 积分：

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{\frac{2P}{m}} \int_0^t (t')^{1/2} dt' \\ &= \sqrt{\frac{2P}{m}} \cdot \frac{2}{3} t^{3/2}. \end{aligned}$$

故

$$x = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2P}{m}} t^{3/2} = \sqrt{\frac{8P}{9m}} t^{3/2}.$$

证毕。

复习提示

常见失分点

1. 平均速度是位移除以时间，平均速率是路程除以时间，二者通常不相等。
2. 圆周运动中，切向加速度改变速率，法向加速度改变速度方向。
3. 使用牛顿第二定律前必须明确正方向，并把力投影到切向、法向或坐标轴方向。
4. 动量守恒要求研究系统所受外力冲量可以忽略；机械能守恒要求非保守力不作功或总功为零。
5. 功率恒定不等于牵引力恒定。恒功率运动中，速度增加时牵引力会减小。

本解析依据所给《大学物理习题集上册》练习一至练习五整理。